Modelos de crescimento populacional:

Aula 7

12/04/2016

Modelos de crescimento populacional:

Modelos matemáticos que nos permitem prever a variação do tamanho de populações ao longo do tempo

Variam de modelos simples (com poucas variáveis) a modelos mais complexos e reais.

Modelos de crescimento populacional:

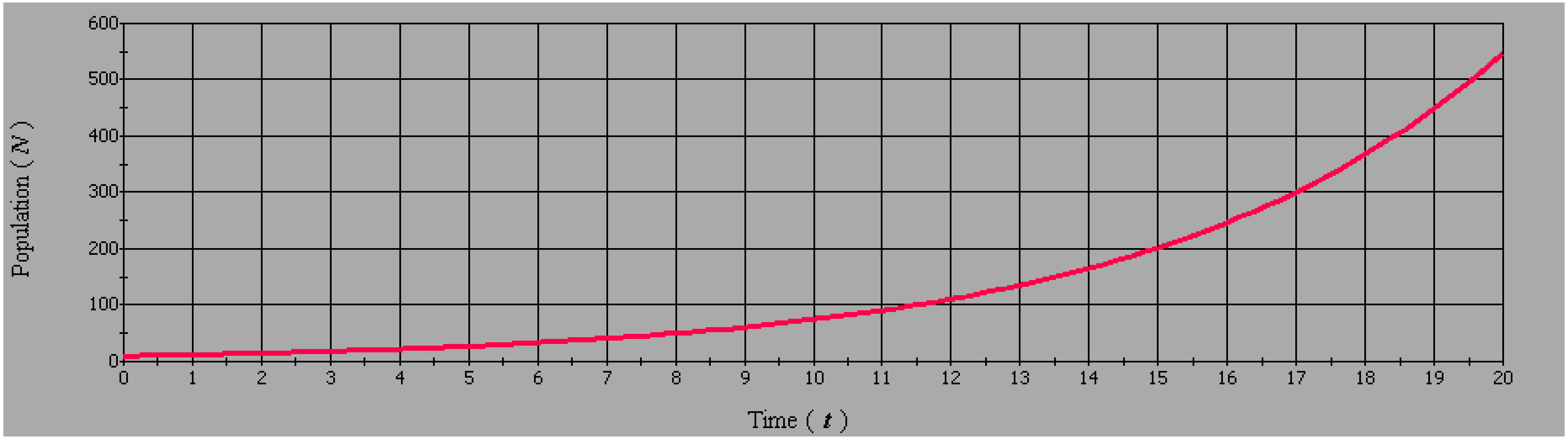
-Exponencial

-Logístico

-Estruturado

Crescimento populacional:

- Exponencial (Denso-independente);



Crescimento populacional:

- Exponencial (Denso-independente);

$$\mathbf{dN/dt = \mathit{r}\, N}$$

Variação do tamanho populacional por unidade de tempo

Taxa intrínseca de crescimento populacional (~ diferença entre as taxas de natalidade e mortalidade)

Tamanho populacional

Crescimento populacional:

- Exponencial (Denso-independente);

Se N = 10 e r = 0,1

dN/dt = *r*N	**dN/dt = *r*N**
dN/dt = 0,1 x 10	**dN/dt = 0,1 x 11**
dN/dt = 1	**dN/dt = 1,1**
$N_{t+1} = 11$	$N_{t+1} = 12,1$

Crescimento populacional:

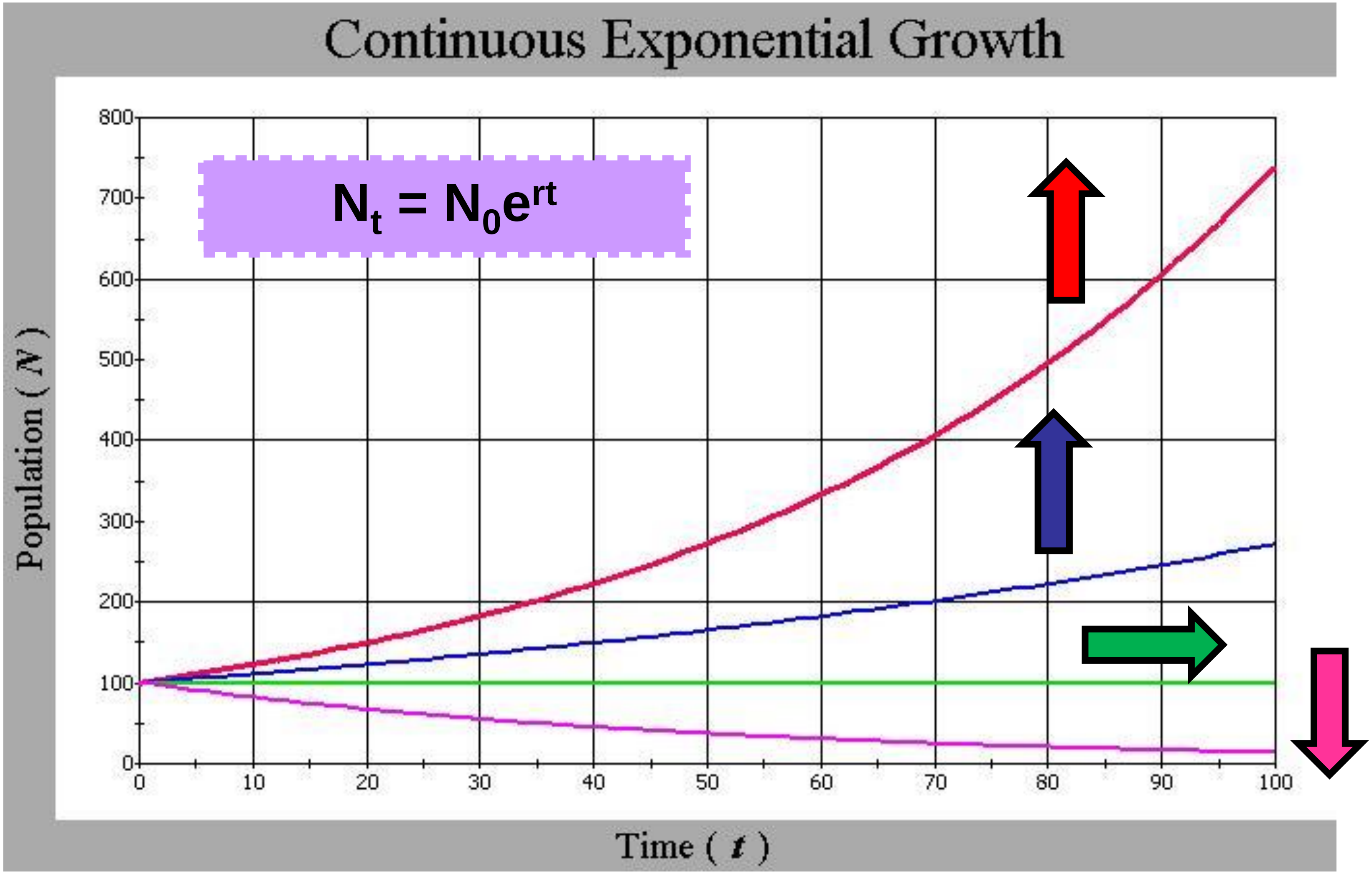
- Exponencial (Denso-independente);

Se N = 100 e r = 0,1

dN/dt = *r*N	**dN/dt = *r*N**
dN/dt = 0,1 x 100	**dN/dt = 0,1 x 110**
dN/dt = 10	**dN/dt = 11**
N_{t+1} = 110	**N_{t+1} = 121**

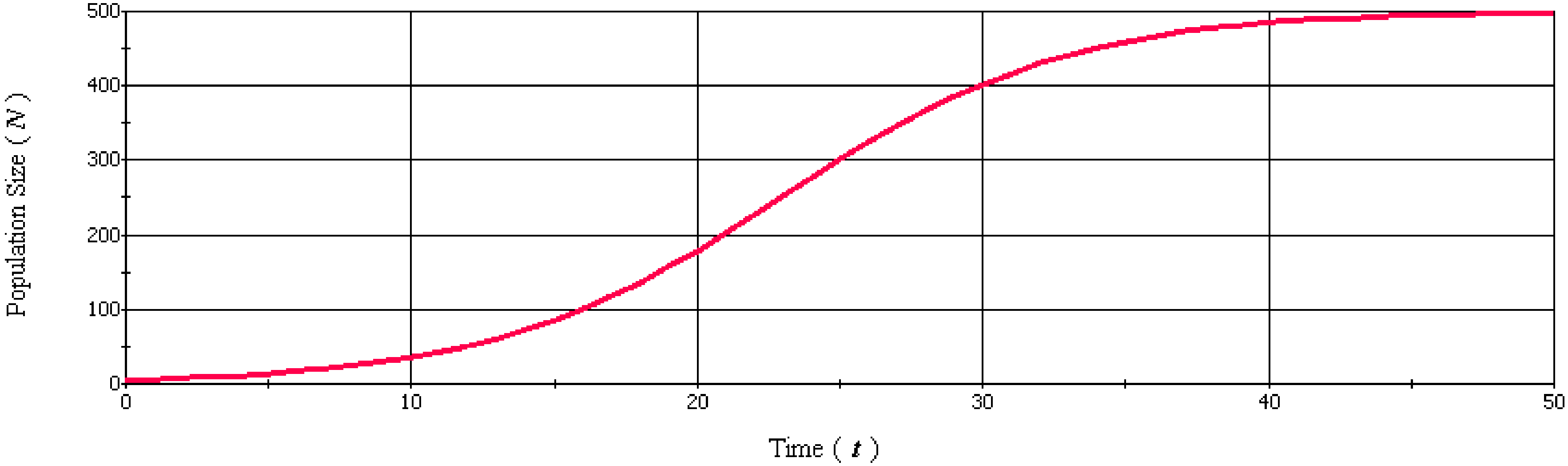
Crescimento populacional:

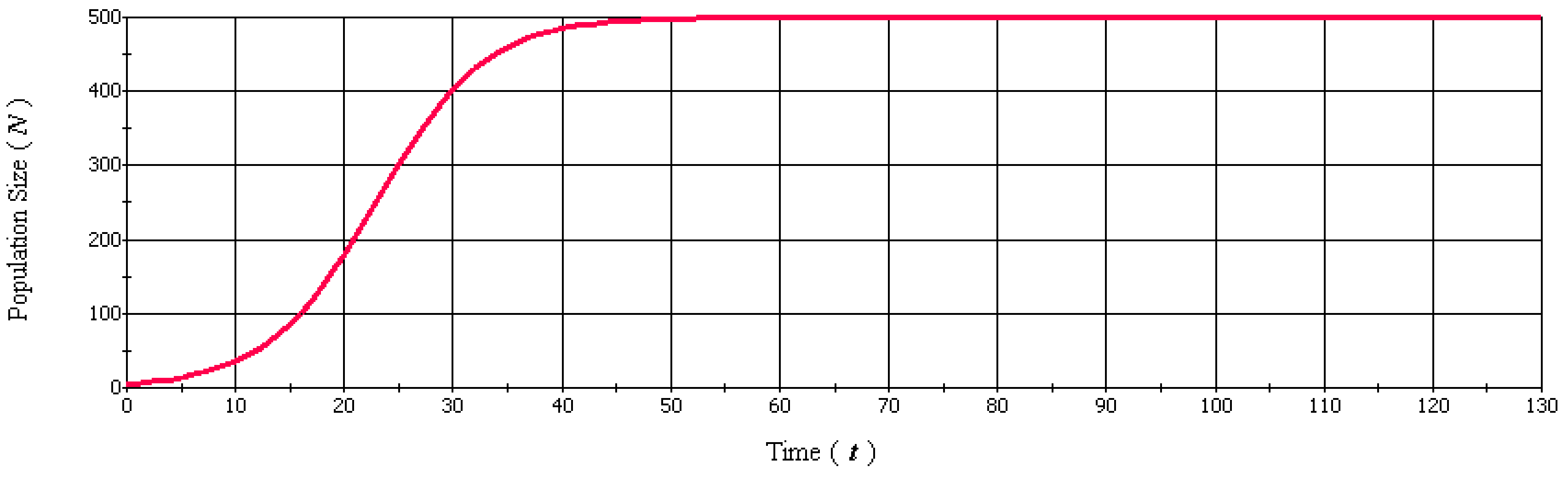
- Exponencial (Denso-independente);



Crescimento populacional:

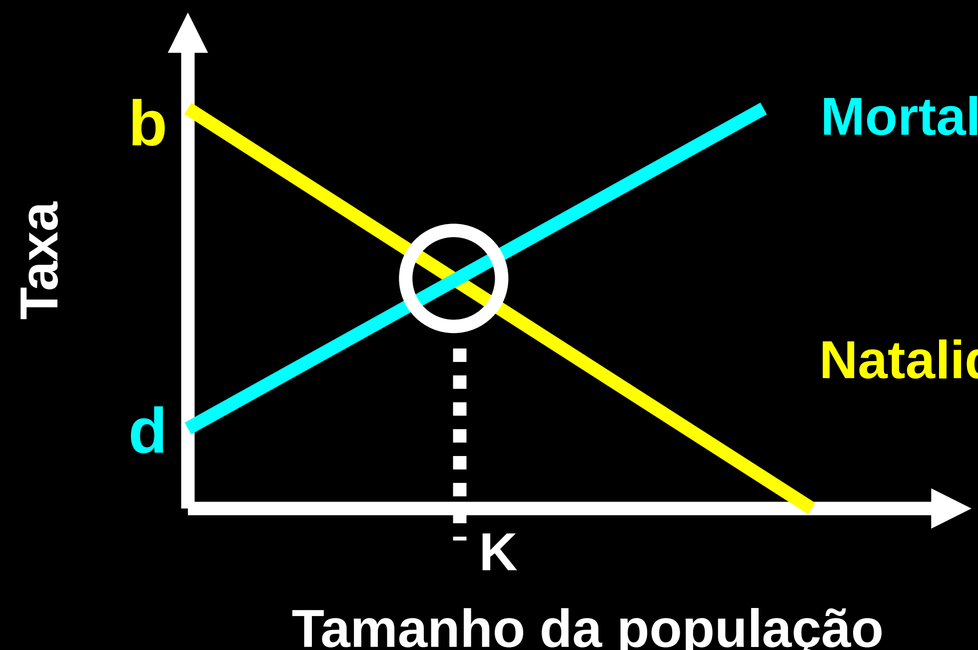
- **Logístico (Denso-dependente)**





Crescimento populacional:

- Logístico (Denso-dependente)



K = capacidade suporte do ambiente

Crescimento populacional:

- Logístico (Denso-dependente)

$$dN/dt = rN \left[\frac{K - N}{K}\right]$$

Capacidade suporte

Crescimento logístico de populações:

$dN/dt = rN\,(1 - N/K)$

(1 – N / K) > porção não utilizada da capacidade suporte

Exemplo:

Se K = 100, N = 8; a porção não utilizada é (1 – 8/100);

1 – 0,08 = 0,92

A população é pequena e cresce a 92% da taxa de crescimento potencial (crescimento exponencial);

$dN/dt = rN(0{,}92)$

Crescimento logístico de populações:

dN/dt = rN (1 – N / K)

(1 – N / K) > porção não utilizada da capacidade suporte

Exemplo:

Se K = 100, N = 95; a porção não utilizada é (1 – 95/100);

1 – 0,95 = 0,05

A população é grande e cresce a 5% da taxa de crescimento potencial (crescimento exponencial);

dN/dt = rN(0,05)

Crescimento logístico de populações:

$dN/dt = rN\ (1 - N / K)$

$(1 - N / K)$ > porção não utilizada da capacidade suporte

Exemplo:

Se K = 100, N = 100; a porção não utilizada é (1 – 100/100);

1 – 1 = 0,00

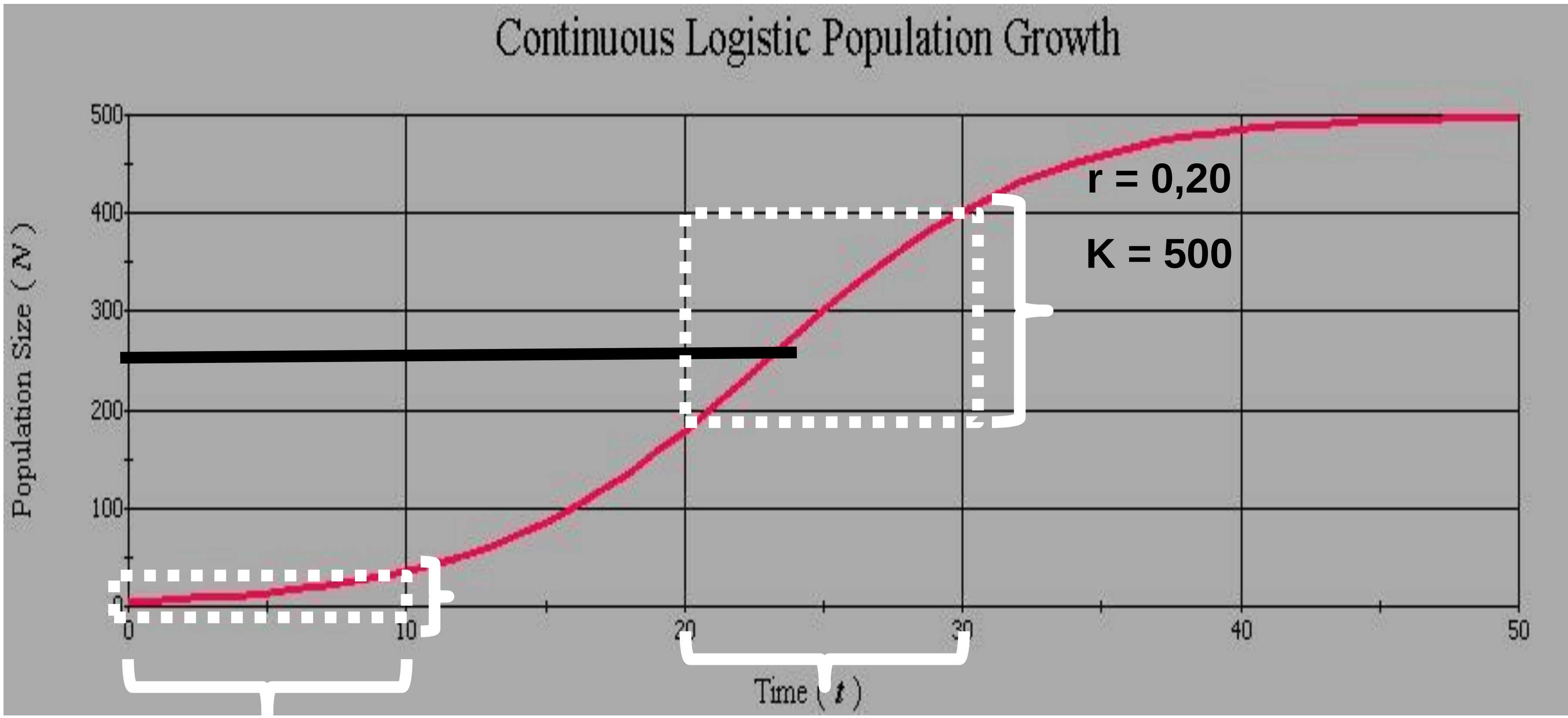
A população atingiu a capacidade suporte e parou de crescer;

$dN/dt = rN(0{,}00)$

Crescimento populacional:

- Logístico (Denso-dependente)

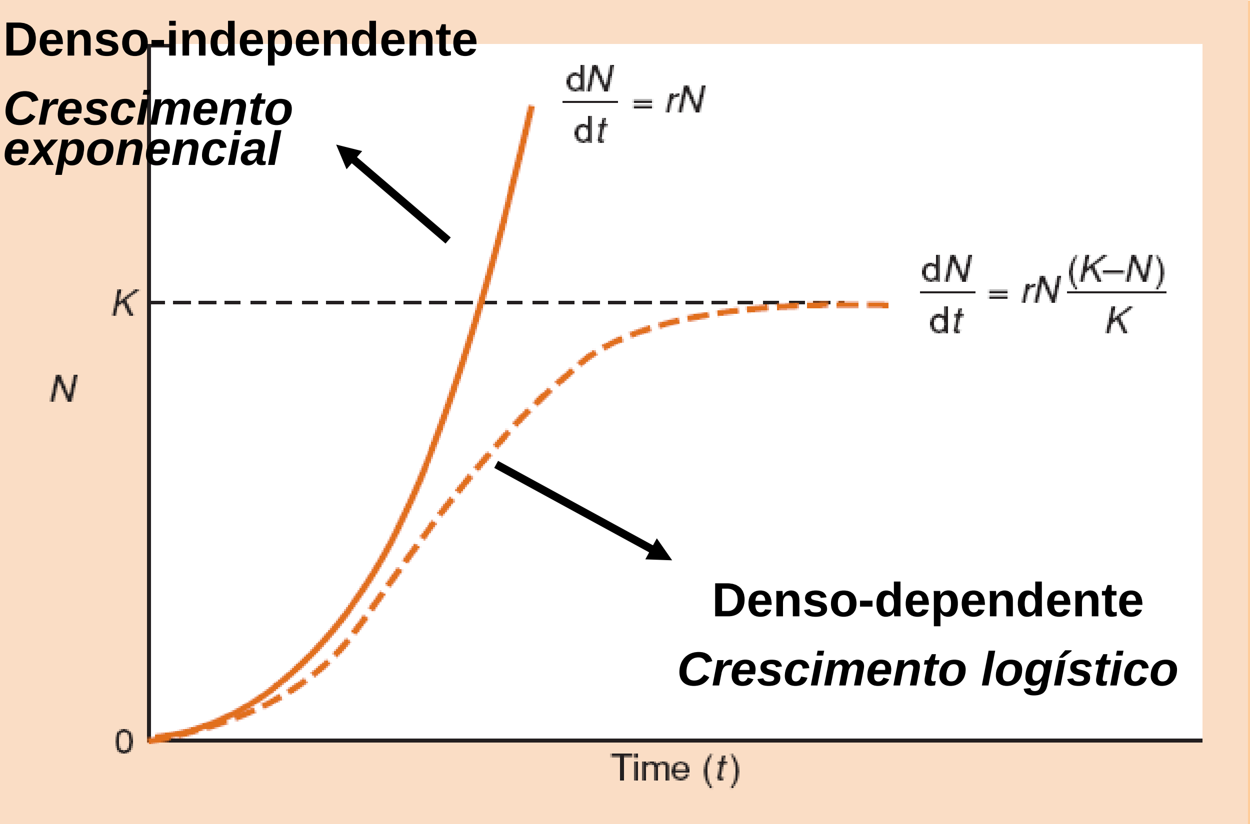
$$N_t = \frac{K}{1 + [(K - N_0)/N_0]\, e^{-rt}}$$



Em que tamanho a população vermelha cresce com maior velocidade?

Crescimento das populações

1) Contínuo
- Denso-independente
- Denso-dependente



***r* = taxa intrínseca de crescimento populacional**

K = capacidade suporte do ambiente

Crescimento populacional contínuo

Jayme M. Santangelo – UFRRJ
Ecol Geral

Pressupostos do Modelo de crescimento exponencial:

1) Ausência de imigração ou emigração (população fechada);

2) Taxas de natalidade e mortalidade são constantes;

3) Ausência de estrutura genética;

4) Ausência de estrutura etária;

5) O crescimento é contínuo e sem atrasos.

Pressupostos do Modelo de crescimento logístico:

1) Ausência de imigração ou emigração (população fechada);

~~2) Taxas de natalidade e mortalidade são constantes~~

3) Ausência de estrutura genética;

4) Ausência de estrutura etária;

5) O crescimento é contínuo e sem atrasos;

6) Capacidade suporte constante;

7) Efeitos denso-dependentes lineares sobre as taxas de natalidade e mortalidade.

Crescimento populacional:

- **Estruturado**

Modelos de dinâmica populacional até agora:

Todos os indivíduos têm contribuição igual no crescimento populacional.

Modelo de crescimento exponencial:

> A taxa de natalidade e mortalidade independe da idade dos indivíduos e do tamanho populacional.

Modelo de crescimento logístico:

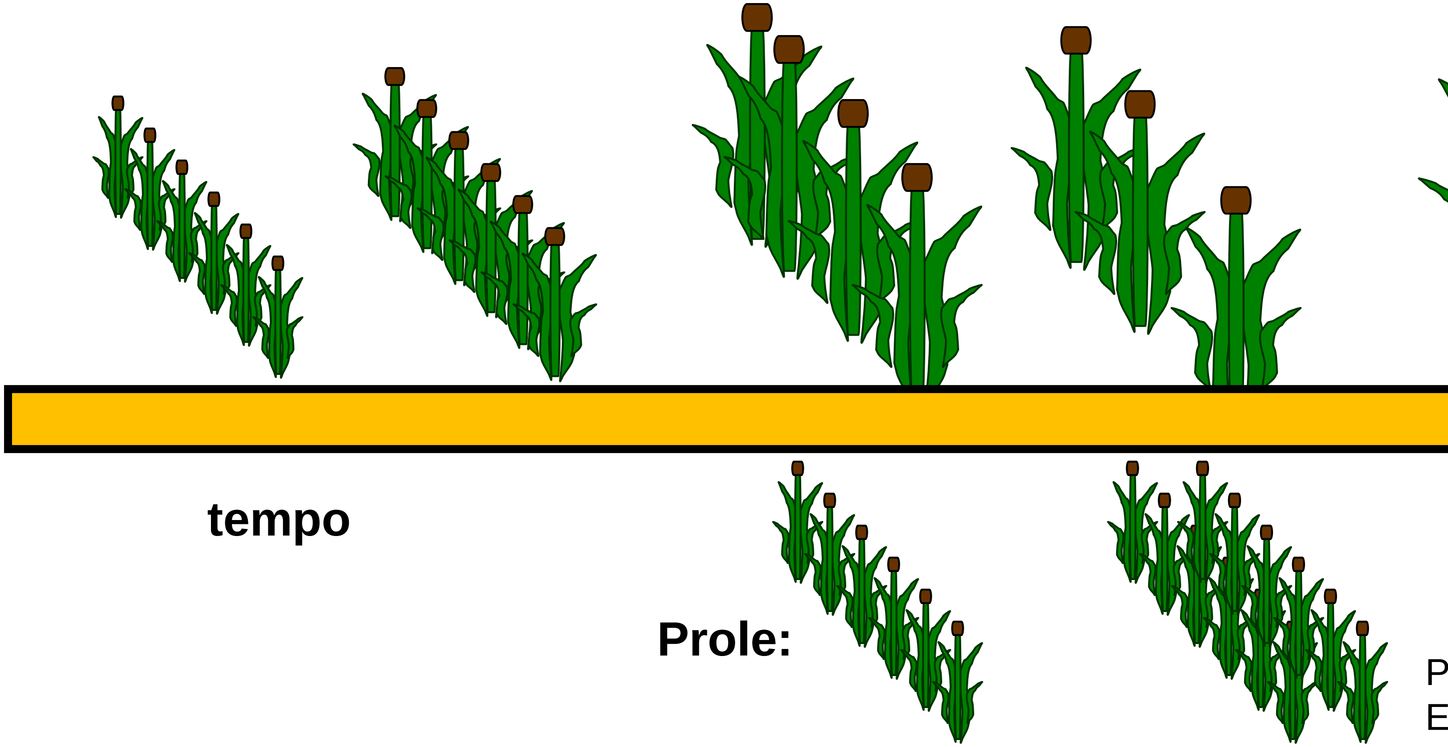
> A taxa de natalidade e mortalidade independe da idade dos indivíduos, mas são afetadas pelo tamanho populacional.

Modelos de dinâmica populacional

Modelo de crescimento populacional estruturado:

➢Considera a classe etária dos indivíduos;

➢Voltamos a considerar o pressuposto de recursos ilimitados no ambiente.



Prof. Jayme Santangelo
Ecol Geral - UFRRJ

Crescimento populacional estruturado

1) O perfil de fecundidade

- Número médio de filhas (♀) produzidos por uma ♀ de determinada idade, por unidade de tempo;
- A fecundidade será determinada por $b(x)$;
- Ex.: se $b(6) = 3$, uma ♀ de idade 6 tem em média 3 filhos ♀;
- O perfil $b(x)$ indica as taxas de fecundidade per capita para as ♀s de uma população.

Crescimento populacional estruturado

1) O perfil de fecundidade

- Ex tabela 3.1

Birth = nascimentos

X (idade)	S(x)	b(x)	l(x)
0	500	0	
1	400	2	
2	200	3	
3	50	1	
4	0	0	

Exemplo de tabela de vida

Se b(3) = 1, uma fêmea de idade 3 tem, em média, 1 descendente fêmea

S = sobrevivência

Crescimento populacional estruturado

2) O perfil de sobrevivência

- O crescimento da população depende das taxas de mortalidade nas diferentes idades;

Life-table

- A mortalidade será determinada por l(x);
- l(x) = probabilidade de sobrevivência de um indivíduo até a idade "x";

l(x) = no. de indiv. vivos na idade "x" / no. inicial de indiv.

- l(x) começa sempre com 1 e termina sempre com zero;
- Valores obtidos de uma coorte;
- A *probabilidade de sobrevivência* em cada idade, uma vez superada a idade anterior, será vista mais adiante.

Crescimento populacional estruturado

2) O perfil de sobrevivência

- Ex.: tabela de vida

x	S(x)	b(x)	l(x)
0	500	0	1,0
1	400	2	0,8
2	200	3	0,4
3	50	1	0,1
4	0	0	0,0

Exemplo de tabela de vida

$0{,}8 \rightarrow \frac{400}{500}$

$0{,}4 \rightarrow \frac{200}{500}$

$0{,}1 \rightarrow \frac{50}{500}$

$$\mathbf{l(x) = S(x)/S_0}$$

$$\mathbf{l(x) = S(x) / 500}$$

Crescimento populacional estruturado

3) Probabilidade de sobrevivência

- Indica a probabilidade de sobrevivência da idade “x” até a idade “x+1”;
- É denominado por g(x);

$$\boxed{\mathbf{g(x) = l(x+1) / l(x)}}$$

- Note que l(x) nunca aumentará com a idade, enquanto o g(x) pode aumentar.

Crescimento populacional estruturado

3) Probabilidade de sobrevivência

- Ex. tabela de vida

g(x) = l(x+1) / l(x)

x	S(x)	b(x)	l(x)	g(x)
0	500	0	1,0	0,80
1	400	2	0,8	0,50
2	200	3	0,4	0,25
3	50	1	0,1	0,0
4	0	0	0,0	

0,80 / 1,0

0,40 / 0,80

0,10 / 0,40

0,00 / 0,10

Esses valores nunca aumentam com passar da idade

Podem aumentar com o passar da idade

Crescimento populacional estruturado

5) Taxa líquida de reprodução (R_o)

- R_o = no. médio de ♀ produzido por cada ♀ ao longo de sua vida;

$$\boxed{\mathbf{R_o = \Sigma\, l(x)b(x)}}$$

A taxa líquida de reprodução representa a produção de descendentes descontada a mortalidade da mãe.

Assim:

Se $R_o > 1$, a população cresce;

Se $R_o < 1$, a população diminui;

Se $R_o = 1$, a população está estável.

Crescimento populacional estruturado

5) Taxa líquida de reprodução (R_o)

x	S(x)	b(x)	l(x)	g(x)	l(x)b(x)
0	500	0	1,0	0,80	0,0
1	400	2	0,8	0,50	1,6
2	200	3	0,4	0,25	1,2
3	50	1	0,1	0,0	0,1
4	0	0	0,0		0,0
Σ					**2,9**

Ro = Σ l(x)b(x)

Prof. Jayme Santangelo
Ecol Geral - UFRRJ

Crescimento populacional estruturado

6) Tempo de geração (G)

- *Idade média das ♀ de uma coorte quando produzem o maior número de filhos (♀);*
- Resultado da equação é dado em unidades de tempo.

$$\mathbf{G = \frac{\Sigma\, l(x)\, b(x)\, x}{\Sigma\, l(x)\, b(x)}}$$

$\Sigma\, l(x)\, b(x)$ = Taxa líquida de reprodução (R_o)

Crescimento populacional estruturado

6) Tempo de geração (G)

x	S(x)	b(x)	l(x)	g(x)	l(x)b(x)	l(x)b(x)x
0	500	0	1,0	0,80	0,0	0,0
1	400	2	0,8	0,50	1,6	1,6
2	200	3	0,4	0,25	1,2	2,4
3	50	1	0,1	0,0	0,1	0,3
4	0	0	0,0		0,0	0,0
Σ					**2,9**	**4,3**

$$\mathbf{G = \frac{\Sigma\, l(x)b(x)x}{\Sigma\, l(x)b(x)} = 4,3 / 2,9 = 1,48\ anos}$$

Crescimento populacional estruturado

7) Taxa intrínseca de crescimento populacional (r)

- Equação observada nos modelos de crescimento exponencial

$$r \sim \frac{\ln(R_0)}{G}$$

Crescimento populacional estruturado

7) Taxa intrínseca de crescimento populacional (r)

$$r \sim \frac{\ln(R_0)}{G}$$

Assim, a taxa de crescimento populacional é mais lenta para organismos com tempos de geração mais longos.

Prof. Jayme Santangelo
Ecol Geral - UFRRJ

Crescimento populacional estruturado

7) Taxa intrínseca de crescimento populacional (r)

$$r \sim \frac{\ln(R_0)}{G}$$

x	S(x)	b(x)	l(x)	g(x)	l(x)b(x)	l(x)b(x)x
0	500	0	1,0	0,80	0,0	0,0
1	400	2	0,8	0,50	1,6	1,6
2	200	3	0,4	0,25	1,2	2,4
3	50	1	0,1	0,0	0,1	0,3
4	0	0	0,0		0,0	0,0
Σ					2,9	4,3

$$\mathbf{Ro = \Sigma\, l(x)b(x) = 2{,}9}$$

$$\mathbf{G = \frac{\Sigma\, l(x)b(x)x}{\Sigma\, l(x)b(x)} = 4{,}3 / 2{,}9 = 1{,}48}$$

$$\boxed{r \sim \ln(2{,}9) / 1{,}48 = 0{,}718}$$

Prof. Jayme Santangelo
Ecol Geral - UFRRJ

Tabelas de Vida

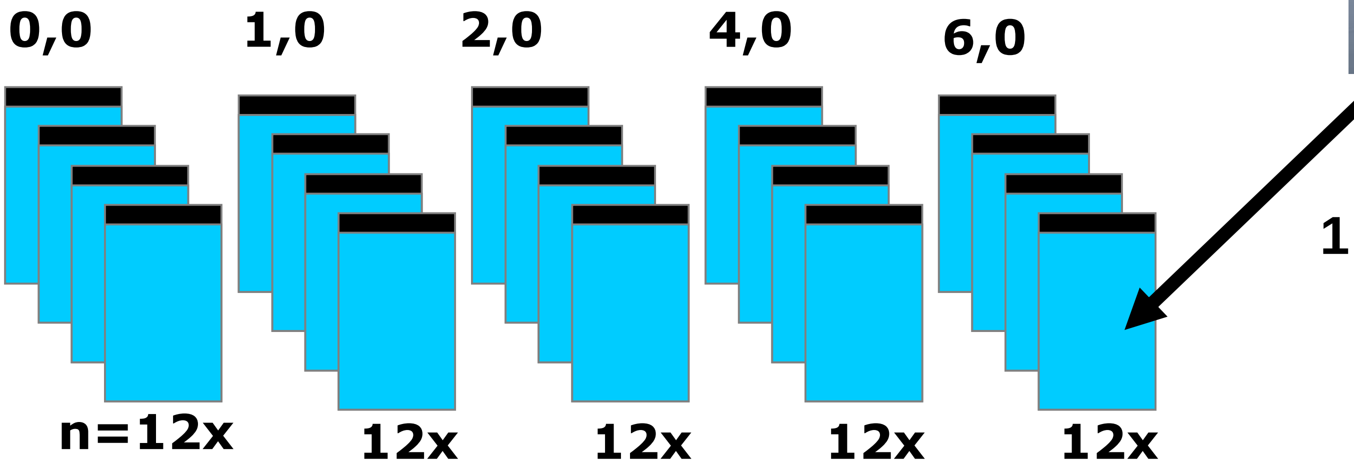
Exemplo empírico: Efeito da salinidade no crescimento populacional de um crustáceo.

Prof. Jayme Santangelo
Ecol Geral - UFRRJ

Tabelas de Vida

Exemplo empírico:

Como acompanhar uma coorte?



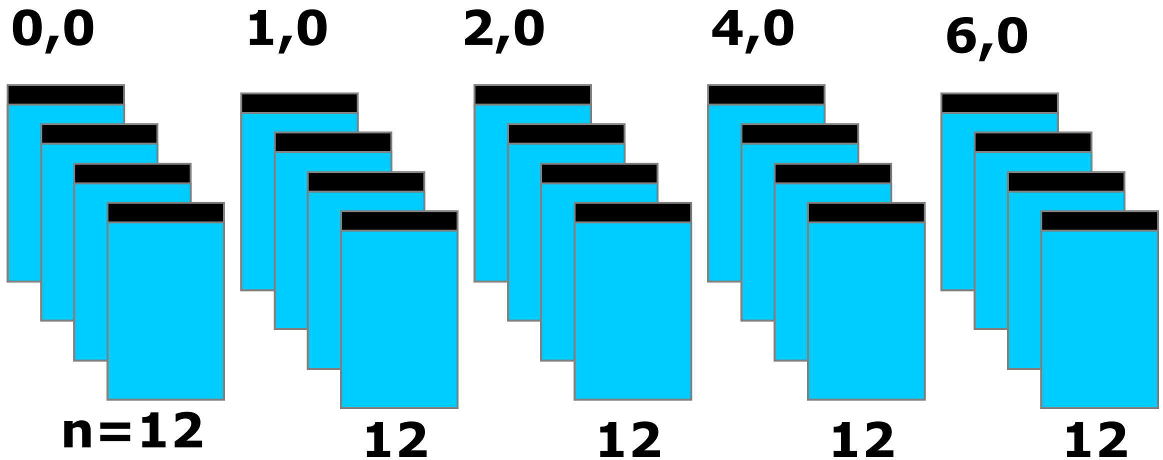
Tabelas de Vida

Exemplo empírico:

Como acompanhar uma coorte?

>Registro diário de nascimentos e mortes;

>Remoção da prole.

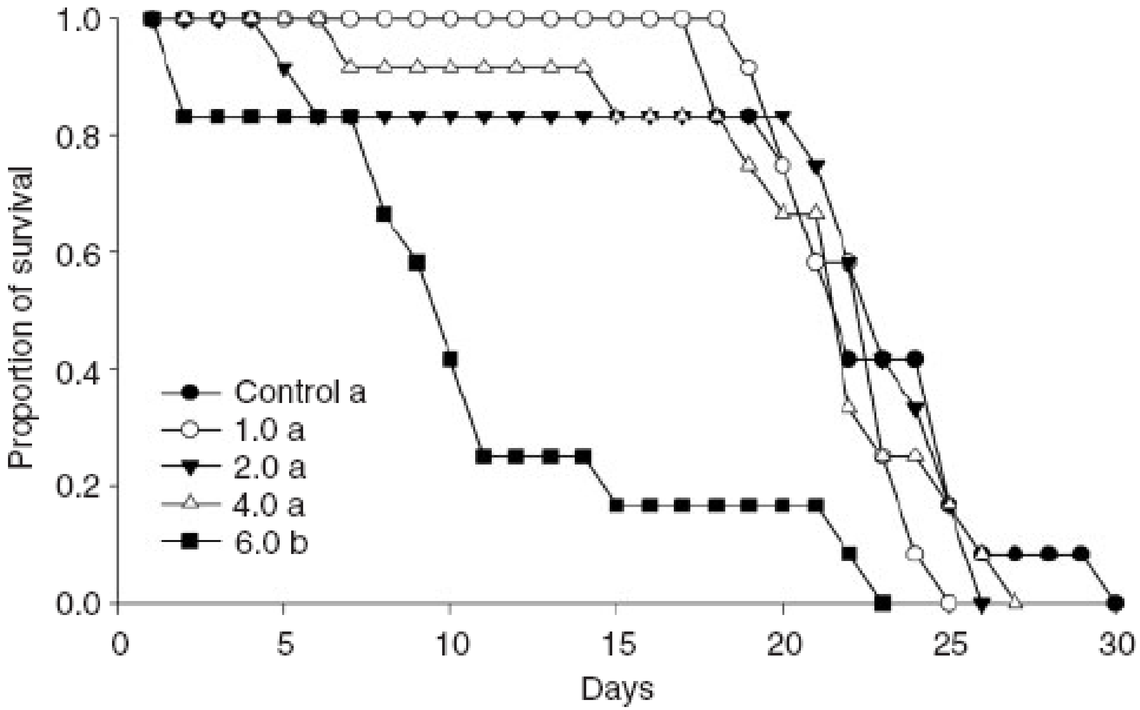


Tabelas de Vida

Exemplo empírico:

Curva de sobrevivência (tipo I, II ou III)?

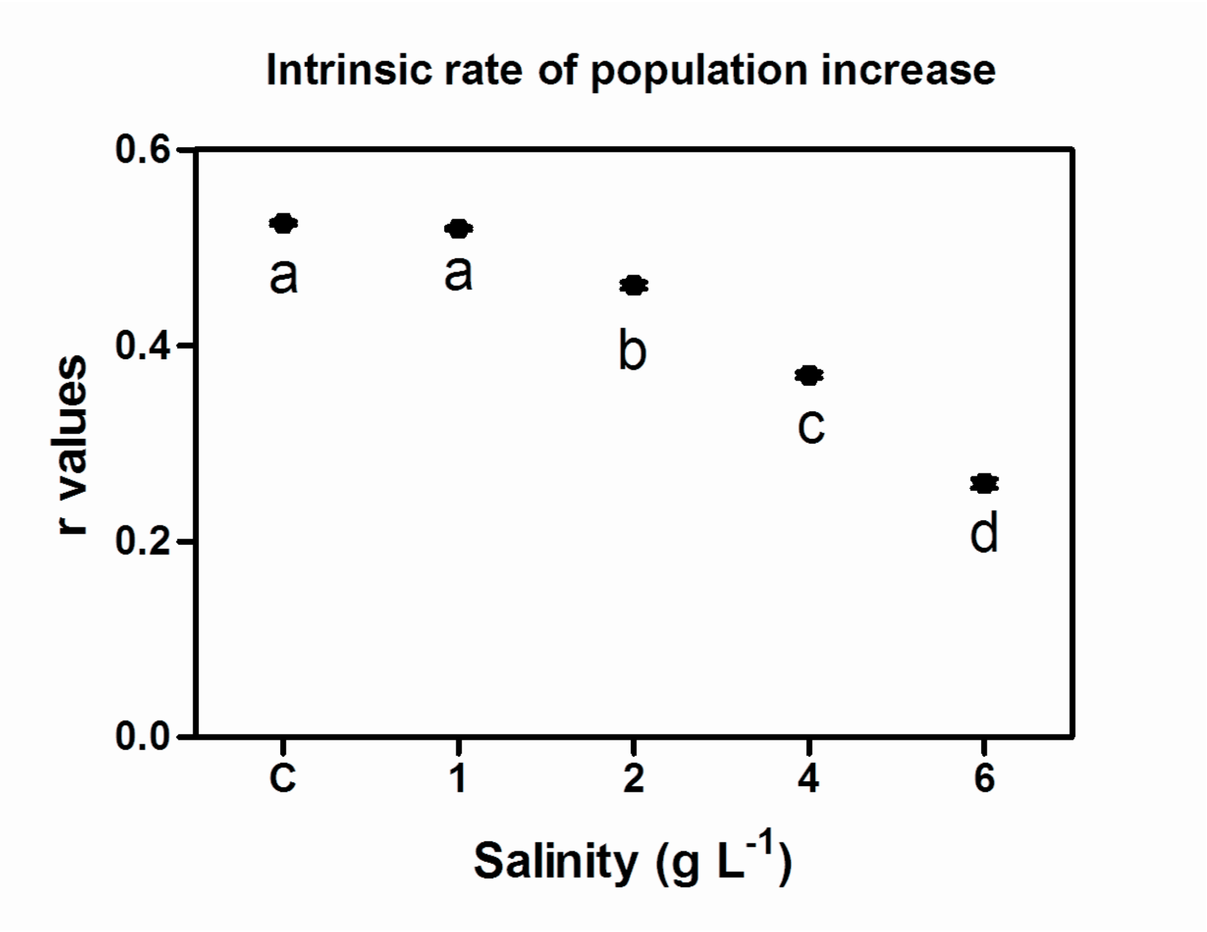
Será que existem diferenças entre condições reais e de laboratório?



Tabelas de Vida

Exemplo empírico:

Calculando o valor de r.



Pressupostos do Modelo:

1) Ausência de imigração ou emigração (população fechada);

2) Os perfis l(x) e b(x) são constantes (recursos ilimitados);

3) Ausência de estrutura genética.

Concluindo....

A inclusão de taxas de natalidade e mortalidade diferenciadas entre os indivíduos, em função de sua idade (classe etária), permite a construção de modelos de crescimento populacional mais próximos à realidade.

Programa Populus

Populus

Simulations of Population Biology

Prof. Jayme Santangelo
Ecol Geral - UFRRJ